

# REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS GELIFICADOS EM OLEODUTOS

**Aluno: Fernando Saint-Martin de A. Soares**

**Orientador: Paulo R. de Souza Mendes**

## 1. Introdução

Um dos maiores obstáculos enfrentados quando lidamos com um óleo pesado é o seu transporte em dutos. Embora um escoamento contínuo e em regime permanente seja desejável, muitas vezes a interrupção temporária do bombeamento é necessária por razões operacionais ou até mesmo emergências [1]. Após longos períodos de interrupção do escoamento, o surgimento de cristais parafínicos forma uma microestrutura de gel no óleo que altera suas propriedades reológicas [2]. O óleo adquire um comportamento mecânico semelhante ao de um corpo sólido e apresenta uma viscosidade que normalmente depende do tempo e da taxa de cisalhamento [3,4].

Reiniciar o escoamento nestas condições quase sempre envolve alimentar o duto com outro fluido e bombeá-lo sob intensa pressão como forma de deslocar o óleo gelificado. O escoamento de reinício apresenta várias particularidades difíceis de serem compreendidas teoricamente. Normalmente existe um longo intervalo de tempo após a aplicação da pressão caracterizado por vazões extremamente baixas [4]. Após esse primeiro estágio, cuja duração depende de inúmeras variáveis, o escoamento sofre forte aceleração e o óleo gelificado é rapidamente expulso do duto.

Situações totalmente análogas são também observadas fora da indústria petrolífera. Na indústria mineradora, por exemplo, as mesmas dificuldades são observadas no reinício do transporte de bauxita e caulim em dutos após longa interrupção [5]. Embora esse trabalho lide especificamente com o reinício do escoamento de óleos gelificados, toda a discussão desenvolvida é aplicável a qualquer problema que envolva o reinício do escoamento de um fluido que possua características reológicas semelhantes as do óleo pesado.

O reinício do escoamento de fluidos com esse tipo de reologia complexa chamou atenção de vários pesquisadores. O interesse em simular esse problema numericamente levou ao trabalho pioneiro de Chang et. al. (1999), no qual grande atenção foi dada aos níveis de tensão necessários para colapsar a microestrutura do óleo gelificado. Trabalhos subsequentes preocuparam-se em reproduzir o período de retardo anterior ao colapso, onde a vazão é baixa e o deslocamento do óleo quase imperceptível. A constatação de que a onda de pressão gerada com o início do bombeamento se propaga relativamente devagar no óleo gelificado [10] motivou pesquisadores a tentar conseguir esse padrão de escoamento através da consideração de efeitos de compressibilidade. A maioria dos trabalhos experimentais [e.g. 7] e computacionais [e.g. 8, 9, 10] passou a ter seu foco na compressibilidade do óleo gelificado durante a propagação da onda de pressão. A compressibilidade associada à viscoplasticidade do óleo é utilizada como justificativa para o período de retardo após a aplicação de pressão. Essas abordagens não têm a história de cisalhamento do óleo como fator primordial ao desenvolvimento desse fenômeno no escoamento.

O diferencial do trabalho apresentado está em tratar o óleo gelificado como um fluido estruturado tixotrópico, i.e. a viscosidade é função do tempo de cisalhamento, obedecendo a um modelo de tixotropia recém-proposto [11,12]. Os resultados das simulações comprovam a capacidade dessa abordagem nunca antes explorada de prever os padrões de escoamento esperados.

## 2. Objetivos

Estudar o reinício do escoamento de óleos pesados gelificados através de simulações numéricas utilizando uma abordagem inédita que leva em consideração o comportamento tixotrópico desses óleos. Resultados são obtidos para diferentes pressões de entrada e combinações de parâmetros reológicos dos fluidos.

## 3. Análise do problema

Esta seção é dedicada a explicar as hipóteses necessárias à construção do modelo físico e mostrar como essas hipóteses são utilizadas na formulação matemática do problema. Também está incluída uma breve apresentação do modelo constitutivo tixotrópico empregado na descrição do comportamento mecânico do óleo gelificado.

### 3.1 Descrição geral

O oleoduto é modelado por um tubo com raio  $R$  e comprimento  $L$ . Inicialmente, esse tubo está totalmente preenchido com o óleo gelificado (Fluido B). No instante  $t = 0$ , uma queda de pressão constante é aplicada ao tubo e o óleo gelificado começa a ser gradualmente deslocado por um fluido de entrada (Fluido A). A diferença de pressão agindo em cada fluido varia de acordo com a proporção do tubo que esse fluido ocupa, implicando em perfis de velocidade e tensões cisalhantes transientes. O procedimento de reinício do oleoduto é concluído em  $t = t_f$ , quando o Fluido B é totalmente expulso.

Ambos os fluidos envolvidos no escoamento são tratados como incompressíveis. Além disso, os fluidos têm suas propriedades reológicas constantes em vista à hipótese de um escoamento isotérmico. O papel do Fluido A pode ser desempenhado por uma grande variedade de fluidos. Embora em todos os casos o Fluido A seja tratado como Newtoniano, a abordagem desenvolvida no trabalho pode ser facilmente estendida a situações onde ambos fluidos apresentam comportamento mecânico complexo. O Fluido B é necessariamente um óleo gelificado, sendo tratado como um fluido estruturado tixotrópico com elasticidade ignorada.

Assim que a queda de pressão é aplicada ao tubo, a interface entre os fluidos começa a se mover e adquire um formato semielíptico por consequência dos gradientes de velocidade radiais. Antes de prosseguir com a análise do problema, o movimento da interface e a forma que ele afeta as regiões vizinhas têm que ser investigados.

Em uma região suficientemente distante da interface, o campo de velocidades do Fluido A pode ser totalmente descrito por uma função  $v_A(r, t)$ , uniforme na coordenada axial. Analogamente, uma função  $v_B(r, t)$  é definida para o Fluido B com as mesmas características. Essas funções não são adequadas para representar o campo de velocidades nas proximidades da interface, onde o escoamento é invariavelmente tridimensional. Considerando que os oleodutos são normalmente projetados para cobrir grandes distâncias, a razão  $R/L$  tende a ser pequena. Isso sugere que o comprimento axial do escoamento afetado pela presença da interface pode ser ignorado e a hipótese de um escoamento unidimensional totalmente descrito pelas funções  $v_A$  e  $v_B$  é apropriada. O comprimento do tubo também justifica ignorar a curvatura da interface, de forma que sua posição seja definida por um único valor de coordenada axial  $z^*(t)$ . A hipótese de uma interface plana é reforçada considerando-se o aspecto quase sólido do óleo, especialmente em baixas taxas de cisalhamento.

Um resumo dos principais aspectos do modelo físico é representado pela Fig. (1). Conforme mostrado na figura, assume-se que a pressão na saída é  $P(L, t) = 0$ . Consequentemente, a pressão na interface  $P^*(t)$  deve sempre estar entre zero e  $P(0, t) = P_e$ , a pressão imposta na entrada do tubo.

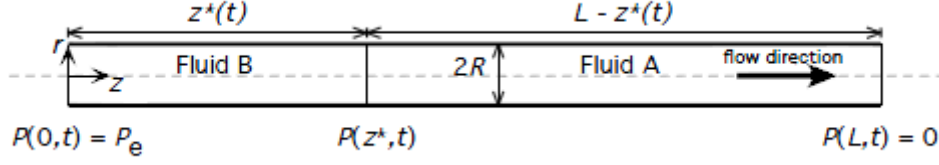


Figura 1: Representação esquemática do problema

### 3.2 Formulação matemática

Conforme discutido na seção 3.1, o campo de velocidade do escoamento é representado por  $v(r, z, t) = v_A$  se  $z < z^*(t)$ , ou por  $v(r, z, t) = v_B$  se  $z > z^*(t)$ . A presença de uma descontinuidade sobre a interface torna complicada uma análise local de conservação de massa. Alternativamente, uma análise global permite lidar com velocidades médias ao invés de velocidades locais. Optando-se pela análise global, conclui-se que a velocidade média axial  $\bar{U}(t)$  é a mesma em todo o escoamento:

$$\bar{U}(t) = \frac{2}{R^2} \int_0^R v_A(r, t) r dr = \frac{2}{R^2} \int_0^R v_B(r, t) r dr \quad (1)$$

A análise de conservação de massa também implica em  $\bar{U}(t)$  ser a velocidade com a qual a interface entre os fluidos se move:

$$\frac{dz^*(t)}{dt} = \bar{U}(z^*(t)) \quad (2)$$

Em um instante de tempo genérico  $t$ , a posição da interface é dada pela solução desta equação diferencial com a condição inicial  $z^*(0) = 0$ .

O restante das informações necessárias à descrição matemática do problema é obtido através do balanço de quantidade de movimento nos dois fluidos. Considerando a simetria axial do escoamento e a ausência de forças de corpo:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_A(r, t)) - \frac{\partial}{\partial z} P(z, t) &= \rho_A \frac{\partial}{\partial t} v_A(r, t) \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_B(r, t)) - \frac{\partial}{\partial z} P(z, t) &= \rho_B \frac{\partial}{\partial t} v_B(r, t) \end{aligned} \quad (3)$$

onde  $\rho$  é a densidade e  $\tau$  a tensão cisalhante. Os subscritos  $A$  e  $B$  referem-se aos Fluidos  $A$  e  $B$ , respectivamente. A pressão cai linearmente ao longo do tubo, fazendo com que os gradientes de pressão  $dP_A/dz$  no Fluido  $A$  e  $dP_B/dz$  no Fluido  $B$  sejam uniformes:

$$\begin{aligned} \frac{dP_A}{dz}(t) &= \frac{P^*(t) - P_e}{z^*(t)} \\ \frac{dP_B}{dz}(t) &= \frac{-P^*(t)}{L - z^*(t)} \end{aligned} \quad (4)$$

Para manter coerência com a análise de conservação de massa, devemos procurar substituir o campo de velocidades nas Eqs. (3) pela velocidade média. Assumindo que a tensão cisalhante varia linearmente e integrando-se as equações com respeito à coordenada radial:

$$\begin{aligned}\tau_{RA} &= -\frac{R}{2} \left( \frac{P^*(t) - P_e}{z^*(t)} + \rho_A \frac{d\bar{U}}{dt} \right) \\ \tau_{RB} &= -\frac{R}{2} \left( \frac{-P^*(t)}{L - z^*(t)} + \rho_B \frac{d\bar{U}}{dt} \right)\end{aligned}\quad (5)$$

onde  $\tau_{RA}$  e  $\tau_{RB}$  são as tensões cisalhantes na parede do tubo. A hipótese de uma distribuição linear de tensão cisalhante é razoável considerando-se que a força de inércia tende a ser pequena durante maior parte do procedimento de reinício do escoamento devido à alta viscosidade do óleo, caracterizando uma condição de escoamento “quase permanente”. Cabe ressaltar, contudo, que os efeitos de inércia não são totalmente ignorados nessa formulação. A inércia faz-se presente através do termo  $d\bar{U}/dt$  nas Eqs. (5).

### 3.3 Modelo constitutivo

Nesse trabalho, presume-se que o comportamento do fluido gelificado obedece a uma versão simplificada e inelástica do modelo de tixotropia proposto por Souza Mendes (2009,2011). Esse modelo utiliza o parâmetro  $\lambda$ , conhecido como parâmetro de estrutura, responsável por expressar o nível de estruturação da microestrutura do fluido. Ignorando-se os efeitos de elasticidade, a equação de tensão fica reduzida ao modelo de líquido newtoniano generalizado:

$$\tau = \eta(\lambda)\dot{\gamma} \quad (6)$$

onde  $\tau$  e  $\dot{\gamma}$  são as intensidades dos tensores extratensão  $\boldsymbol{\tau}$  e taxa de deformação  $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ , respectivamente, definidas como

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr } \boldsymbol{\tau}^2} \quad ; \quad \dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr } \dot{\boldsymbol{\gamma}}^2} \quad (7)$$

O tensor taxa de deformação é escrito através do campo de velocidade  $\mathbf{v} = v_r \mathbf{e}_r + v_\theta \mathbf{e}_\theta + v_z \mathbf{e}_z$  como  $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T$ . Nessas expressões,  $\mathbf{e}$  representa os vetores base do sistema de coordenadas cilíndrico e cada subscripto refere-se a uma das coordenadas.

Em vista as hipóteses básicas adotadas na formulação do problema, temos que  $v_r = 0$  e  $v_\theta = 0$ . Consequentemente, a taxa de deformação reduz-se a taxa de cisalhamento e as Eqs. (7) são simplificadas:

$$\tau(r, t) = -\tau_{rz}(r, t) \quad ; \quad \dot{\gamma}(r, t) = -\frac{\partial v_z}{\partial r}(r, t) \quad (8)$$

Considera-se que a função viscosidade  $\eta$  depende unicamente do parâmetro  $\lambda$ . Quando  $\lambda = 1$ ,  $\eta$  adquire seu valor máximo  $\eta_0$ , chamado viscosidade de taxa de deformação nula.

Quando  $\lambda = 0$ ,  $\eta$  adquire seu valor mínimo  $\eta_\infty$ , chamado viscosidade de taxa de deformação infinita. A expressão proposta para a dependência de  $\eta$  com  $\lambda$  é

$$\eta(\lambda) = \left(\frac{\eta_0}{\eta_\infty}\right)^\lambda \eta_\infty \quad (9)$$

Em geral, o parâmetro de estrutura  $\lambda$  é função de ambos o tempo  $t$  e a extratensão  $\tau$ . Isso significa que  $\lambda$  é fundamentalmente função da coordenada radial e do tempo,  $\lambda = \lambda(r, t)$ .

Particularmente, para escoamentos em regime permanente,

$$\eta_{ss}(\lambda) = \eta(\lambda_{ss}(\tau)) = \left(\frac{\eta_0}{\eta_\infty}\right)^{\lambda_{ss}} \eta_\infty \quad (10)$$

onde  $\lambda_{ss}(\tau)$  é o valor atingido por  $\lambda$  em um escoamento permanente cuja tensão cisalhante é  $\tau$ . Resolvendo a Eq. (10) para  $\lambda_{ss}$ , obtém-se

$$\lambda_{ss}(\tau) = \frac{\ln \eta_{ss}(\tau) - \ln \eta_\infty}{\ln \eta_0 - \ln \eta_\infty} \quad (11)$$

O parâmetro de estrutura em regime permanente  $\lambda_{ss}$  é então calculado desde que se conheça a função viscosidade do material  $\eta_{ss}(\dot{\gamma}_{ss})$ . Uma função adequada a esse propósito é a expressão para materiais viscoplásticos de Souza Mendes e Dutra (2004):

$$\eta_{ss}(\dot{\gamma}_{ss}) = \left[1 - \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}_{ss}}{\tau_0}\right)\right] \left\{\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K \dot{\gamma}_{ss}^{n-1}\right\} + \eta_\infty \quad (12)$$

onde  $\tau_0$  é a tensão limite de escoamento,  $K$  é o índice de consistência e  $n$  é o índice do líquido Power-Law. Para a obtenção da viscosidade  $\eta_{ss}(\tau)$ , deve-se primeiramente resolver iterativamente a equação  $\tau = \eta_{ss}(\dot{\gamma}_{ss}) \dot{\gamma}_{ss}$ . Conhecido o valor de  $\dot{\gamma}_{ss}$ , a viscosidade é obtida através da Eq. (12) ou simplesmente efetuando-se  $\tau/\dot{\gamma}_{ss}$ .

Quando a elasticidade é ignorada, a evolução temporal do parâmetro  $\lambda$  é dada pela equação de Souza Mendes (2009,2011):

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{t_{eq}} \left[ (1 - \lambda)^a - (1 - \lambda_{ss})^a \left(\frac{\lambda}{\lambda_{ss}}\right)^b \right] \quad (13)$$

onde  $t_{eq}$  é o tempo característico de mudança do parâmetro de estrutura. Os parâmetros  $a$  e  $b$  são constantes positivas adimensionais. O comportamento totalmente não-tixotrópico é obtido fazendo-se  $t_{eq} = 0$ .

Embora tenha se optado pela Eq. (12) como função viscosidade nesse trabalho, o modelo pode acomodar diversas outras curvas presentes na literatura. A função utilizada é versátil e possui várias propriedades que merecem serem discutidas. Conforme observado na Fig. (2), a função possui três taxas de cisalhamento notáveis:  $\dot{\gamma}_0$ ,  $\dot{\gamma}_1$  e  $\dot{\gamma}_2$ . Essas grandezas são definidas através de parâmetros reológicos:

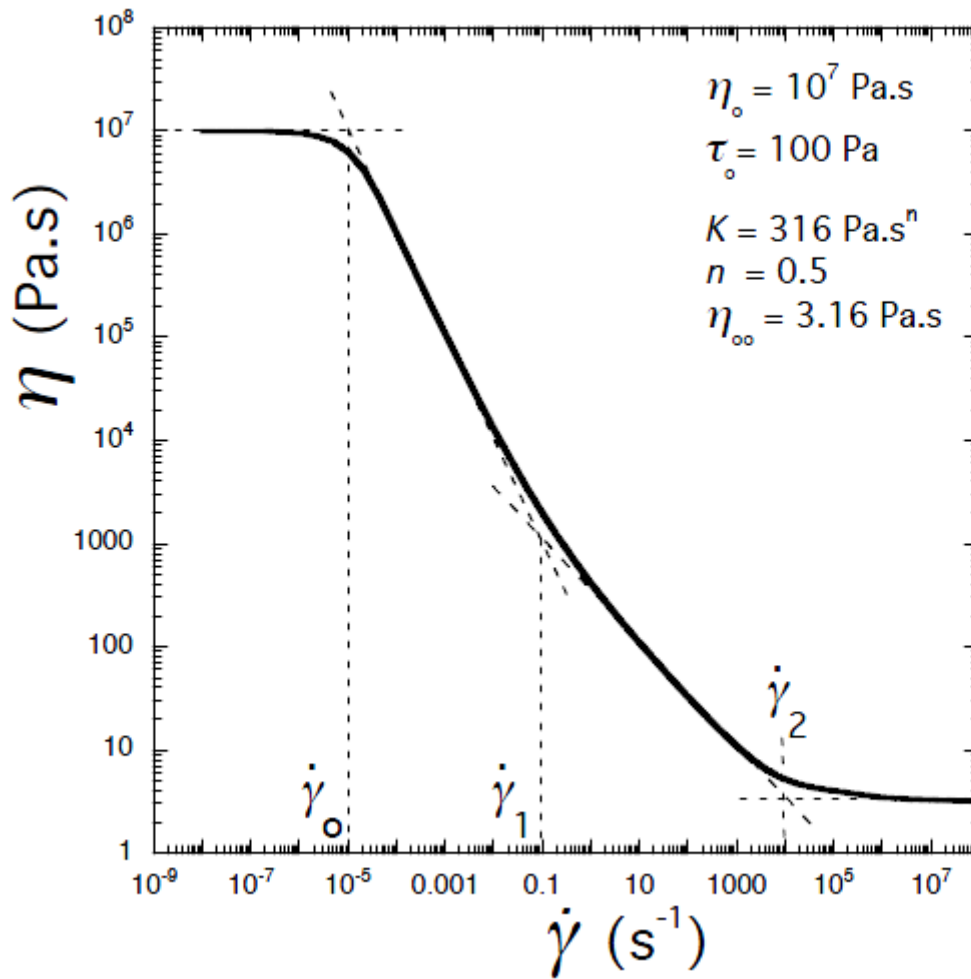


Figura 2: Função viscosidade

A viscosidade em regime permanente de um material totalmente estruturado  $\eta_0$  corresponde ao platô newtoniano observado na Fig. (2) ao longo do intervalo  $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$ . A taxa de cisalhamento  $\dot{\gamma}_0$  determina aproximadamente o valor máximo que  $\dot{\gamma}$  pode chegar sem que a estrutura do material seja afetada. A transição seguinte ocorre em  $\dot{\gamma}_1$ , marcando o início da região em que a viscosidade cai seguindo uma lei de potências. Quando a taxa de cisalhamento ultrapassa  $\dot{\gamma}_2$ , um segundo platô newtoniano é alcançado representando o estado em que estrutura do material totalmente destruída.

É interessante notar que vários modelos clássicos de fluidos não-newtonianos como líquido Power-law, plástico de Bingham e modelo de Herschel-Bulkley podem ser derivados da Eq. (12) como casos especiais. O fluido newtoniano é obtido com  $\tau_0 = 0$ ,  $n = 1$ ,  $\eta_\infty = 0$  e  $K = \mu$ .

#### 4. Procedimento Numérico

Tratamento numérico é inevitável quando simulamos o problema do reinício do escoamento de um óleo gelifica devido à complexidade do comportamento mecânico do óleo e a variação temporal das propriedades do escoamento. A abordagem desenvolvida permite que um algoritmo relativamente simples seja usado na solução do problema. Essa seção é responsável pela descrição desse algoritmo numérico.

#### 4.1 Escoamento do óleo gelificado

O óleo gelificado tem seu escoamento regido pelo modelo constitutivo apresentado na seção 3.3 e, portanto, a relação entre a sua tensão cisalhante na parede e a velocidade média do escoamento só pode ser obtida numericamente.

Representando o campo de velocidade como integral da taxa de cisalhamento:

$$v_B(r, t) = \int_r^R \dot{\gamma}(r', t) dr' \quad (14)$$

A Eq.(6) do modelo constitutivo permite que a taxa de cisalhamento seja substituída na expressão acima:

$$v_B(r, t) = \int_r^R \frac{\tau(r', t)}{\eta(\lambda(r', t))} dr' \quad (15)$$

Utilizando a definição de velocidade média dada pela Eq. (1) e considerando a hipótese de uma variação linear de  $\tau$ :

$$\bar{U}(t) = \frac{2\tau_{RB}}{R^3} \int_0^R r \left( \int_r^R \frac{r' dr'}{\eta(\lambda(r', t))} \right) dr \quad (16)$$

Nota-se através da Eq. (16) que a velocidade média  $\bar{U}$  varia linearmente com a tensão cisalhante na parede. A constante de proporcionalidade entre essas grandezas depende tanto da distribuição do parâmetro  $\lambda$  quanto do esquema numérico para a resolução das integrais.

O procedimento de resolução dessas integrais envolve a criação de uma malha radial com  $N$  nós cujas posições  $r_1, r_2, \dots, r_N$  devem ser constantes no tempo. Um valor de  $\lambda$  é associado a cada um dos  $N$  nós.

A posição dos nós e os valores de  $\lambda$  em cada nó são as únicas informações necessárias à solução das integrais da Eq. (16). A solução é obtida através da aplicação do Método de Trapézios às duas integrais simultaneamente. O procedimento de integração será representado no resto do trabalho pela função  $g(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_N)$ .

#### 4.2 Discretização do tempo

Em um instante de tempo genérico  $t_n$ , supõe-se que são conhecidas a velocidade média do escoamento  $\bar{U}$  e os valores de parâmetro de estrutura  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_N$  em cada um dos nós da malha. Através desses parâmetros, as tensões cisalhantes na parede são calculadas:

$$\tau_{RB} = \frac{2\bar{U}R^3}{2g(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_N)} \quad (17)$$

$$\tau_{RA} = \frac{4\mu\bar{U}}{R} \quad (18)$$

A hipótese de comportamento newtoniano para o Fluido A possibilita o uso da Eq. (18), que apresenta a vantagem de não envolver integrações numéricas. Caso ambos os fluidos apresentassem comportamento complexo, a Eq. (18) possuiria a mesma forma da Eq. (17) e precisariam ser conhecidos os valores de  $\lambda$  também no Fluido A.

Os valores obtidos de  $\tau_{RA}$  e  $\tau_{RB}$  são necessários às equações de avanço temporal do problema:

$$\frac{d\bar{U}}{dt} = \frac{Pe - \frac{2}{R}z^* \tau_{RA} - \frac{2}{R}(L - z^*) \tau_{RB}}{\rho_A z^* + \rho_B(L - z^*)} \quad (19)$$

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = \frac{1}{t_{eq}} \left[ (1 - \lambda_1)^a - (1 - \lambda_{ss1})^a \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_{ss1}} \right)^b \right]$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{1}{t_{eq}} \left[ (1 - \lambda_2)^a - (1 - \lambda_{ss2})^a \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_{ss2}} \right)^b \right] \quad (20)$$

$$\vdots$$

$$\frac{d\lambda_N}{dt} = \frac{1}{t_{eq}} \left[ (1 - \lambda_N)^a - (1 - \lambda_{ssN})^a \left( \frac{\lambda_N}{\lambda_{ssN}} \right)^b \right]$$

A equação que determina o avanço temporal de  $\bar{U}$  é deduzida através da manipulação algébrica das Eqs. (5). As equações que determinam o avanço temporal de  $\lambda$  vêm do modelo de tixotropia e são aplicadas a cada um dos  $N$  nós da malha. Conforme discutido na seção 3.3, o parâmetro  $\lambda_{ss}$  de cada nó é calculado através da Eq. (11) e de  $\dot{\gamma}_{ss}$  neste nó. Os valores de  $\dot{\gamma}_{ss}$  são obtidos resolvendo-se iterativamente pelo Método de Newton as equações

$$\frac{\tau_{RB} r_i}{R} - \eta_{ss}(\dot{\gamma}_{ss i}) \dot{\gamma}_{ss i} = 0 \quad 1 \leq i \leq N \quad (21)$$

Para simplificar a notação, as Eqs. (19) e (20) serão representadas por uma função vetorial  $F(\mathbf{x})$ , onde  $\mathbf{x}$  é um vetor contendo as variáveis  $\bar{U}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_N$ . Fazendo uso dessa notação, o problema de valor inicial é escrito como  $d\mathbf{x}/dt = F(\mathbf{x})$

O avanço temporal dos parâmetros de interesse é caracterizado por grande instabilidade. Isso sugere a utilização de métodos numéricos implícitos para a solução do problema de valor inicial. Visando obter convergência global de ordem quadrática, faz-se opção pelo Método Adams-Moulton de segunda ordem:

$$\mathbf{x}^{tn} = \mathbf{x}^{tn-1} + \frac{\Delta t}{2} (F(\mathbf{x}^{tn-1}) + F(\mathbf{x}^{tn})) \quad (22)$$

onde  $\mathbf{x}^{tn}$  é o vetor com as variáveis no instante  $t_n$  e  $\mathbf{x}^{tn-1}$  é o vetor com as variáveis em  $t_{n-1} = t_n - \Delta t$ . A cada nova evolução no tempo  $n$ , a Eq. (22) é resolvida de forma a obter os valores das variáveis de  $\mathbf{x}^{tn}$ . Devido à Eq. (19), a avaliação de  $F(\mathbf{x}^{tn})$  exige que seja conhecido o valor de  $z^{*tn}$ . Para esse propósito, o mesmo esquema de discretização de tempo mostrado na Eq. (22) é aplicado à Eq. (2):

$$z^{*tn} = z^{*tn-1} + \frac{\Delta t}{2} (\bar{U}^{tn} + \bar{U}^{tn-1}) \quad (23)$$

O procedimento descrito é repetido a cada evolução com novos  $\mathbf{x}$  e  $z^*$  sendo calculados até que a condição  $z^* < L$  deixe de ser válida.

A Eq. (22) consiste em um sistema de  $N + 1$  equações que precisa ser resolvido iterativamente através do Método de Newton. As derivadas da matriz Jacobiana são obtidas



numericamente devido à complexidade das equações que compõem o sistema. Caso sejam necessárias mais de uma iteração para alcançar a solução, adota-se o Método de Broyden nas iterações subsequentes como forma de minimizar o esforço computacional.

Nesse método, a matriz Jacobiana é substituída por uma aproximação  $J$  atualizada a cada iteração  $k$  com base na fórmula

$$J_k = J_{k-1} + \frac{R_k - R_{k-1} - J_{k-1} \Delta x_k}{\Delta x_k^T \Delta x_k} \Delta x_k^T \quad (24)$$

onde o vetor  $\Delta x_k$  corresponde a  $x_k - x_{k-1}$ ,  $R_k$  ao resíduo na iteração  $k$  e  $R_{k-1}$  ao resíduo na iteração  $k - 1$ .

#### 4.3 Condições iniciais

A determinação de condições iniciais apropriadas ao problema necessita da formulação de algumas hipóteses para os momentos iniciais de escoamento. Quando a queda de pressão é aplicada sobre o óleo, aumentos acentuados de tensão cisalhante se propagam da parede do tubo em direção ao seu centro induzindo fortes variações no perfil de velocidade. Simultaneamente, uma onda de pressão é gerada e se propaga em direção à extremidade final do tubo. Pouco depois, o perfil de tensão cisalhante e a distribuição de pressão tornam-se lineares e a força de inércia aproxima-se de zero validando a hipótese de escoamento quase permanente. Com a evolução do tempo, a inércia começa a aumentar levemente devido ao colapso da microestrutura do óleo gelificado.

O tempo inicial  $t_0$  é definido de forma que os efeitos durante esse pequeno transientes sejam ignorados. Dado que o deslocamento da interface é desprezível, a condição inicial  $z^{*t_0} = 0$  é apropriada à simulação.

Considerando que o óleo gelificado está extremamente estruturado e viscoso em  $t_0$ , é razoável que a força de inércia seja totalmente ignorada. O balanço de quantidade de movimento leva a

$$\tau_R^{t_0} = \frac{R Pe}{2 L} \quad (25)$$

onde a tensão cisalhante inicial  $\tau_R^{t_0}$  é utilizada na obtenção da velocidade média inicial do escoamento  $\bar{U}^{t_0}$ , necessária ao procedimento numérico.

As condições iniciais para os parâmetros de estruturas refletem o estado da estrutura do óleo gelificado antes que o procedimento de reinício do escoamento fosse iniciado. O algoritmo comporta qualquer escolha de  $\lambda$  inicial de forma que sejam escolhidos valores de acordo com a situação do óleo a ser estudado. Por simplicidade, impõe-se que  $\lambda^{t_0} = 1$  em todos os nós da malha. Cabe lembrar que tal homogeneidade dificilmente é observada, pois diferentes posições radiais do óleo estão comumente sujeitas a diferentes taxas de resfriamento e temperaturas durante a formação da microestrutura do gel [7].

## 5. Resultados e discussão

Essa seção apresenta previsões do modelo descrito nesse trabalho para algumas combinações de parâmetro governantes. Todos os resultados serão mostrados na forma adimensional. As adimensionalizações são feitas com as grandezas características sugeridas por de Souza Mendes (2007):

- Comprimento:  $R$
- Tempo:  $1/\dot{\gamma}_1$
- Tensão:  $\tau_0$
- Viscosidade:  $\tau_0/\dot{\gamma}_1 = K\dot{\gamma}_1^{n-1}$
- Velocidade:  $\dot{\gamma}_1 R$

O parâmetro conhecido como número de Reynolds reológico  $Re_R$  [14] também se mostra útil ao processo de adimensionalização:

$$Re_R = \frac{\rho_b \dot{\gamma}_1^2 R^2}{\tau_0} \quad (26)$$

O Reynolds reológico pode ser interpretado como uma adimensionalização da densidade do Fluido B e, portanto, é diretamente relacionado com o termo de inércia  $\rho_B d\bar{U}/dt$  na equação de conservação de quantidade de movimento.

A pressão crítica  $P_{e,crit}$  é outro parâmetro relevante, sendo definida como a pressão de entrada que gera no Fluido B uma tensão cisalhante na parede  $\tau_{RB}$  igual a tensão limite de escoamento  $\tau_0$ . Sua representação adimensional é dada por

$$\frac{P_{e,crit}}{\tau_0} = 2 \frac{L}{R} \quad (27)$$

Com ajuda das grandezas características mostradas anteriormente, determinamos as quantidades adimensionais que são comuns a todos os casos simulados no trabalho:

Parâmetros da função viscosidade:

$$\frac{\eta_0 \dot{\gamma}_1}{\tau_0} = 10^7 \quad \frac{\eta_\infty \dot{\gamma}_1}{\tau_0} = 0.05 \quad n = 0.5$$

Parâmetros do modelo de tixotropia:

$$a = 1 \quad b = 1$$

Parâmetros geométricos e outros:

$$\frac{L}{R} = 100 \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = 1$$

É importante observar que, com a escolha de  $L/R = 100$ , a pressão de entrada crítica é  $P_{e,crit}/\tau_0 = 200$ .

Começamos fazendo uma análise da convergência e precisão do algoritmo numérico. A Fig. (3) mostra a evolução da velocidade média adimensional em um típico reinício de escoamento. O resultado mostra o padrão de escoamento esperado nesse tipo de problema: um primeiro estágio com velocidades baixas seguido por um período de aceleração intensa. Diferentes valores de  $\Delta t$  são comparados e observa-se uma superposição quase que completa das curvas. O uso de  $\Delta t = 0.16$  mostra-se satisfatório para as demais simulações nesse trabalho. Comparação semelhante é feita na Fig. (4) com o número de nós utilizados na malha radial. A quantidade  $N = 20$  de nós parece ser suficiente.

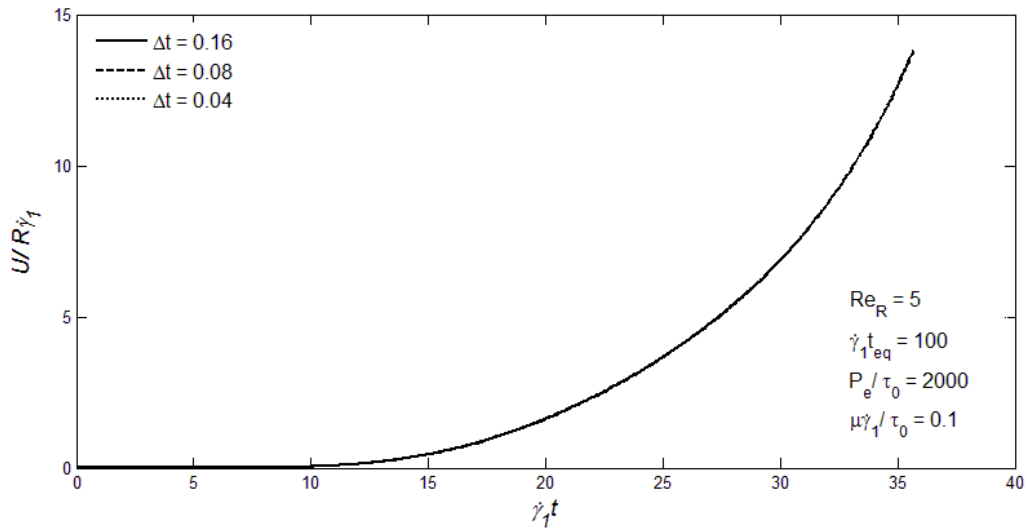


Figura 3: Mesmo escoamento simulado com diferentes valores de  $\Delta t$

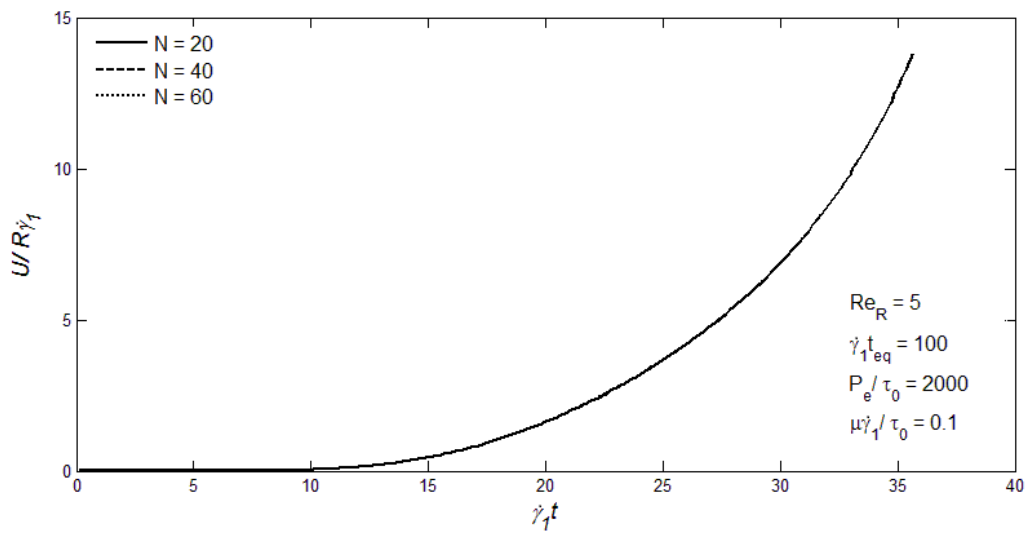


Figura 4: Mesmo escoamento simulado com números diferentes de nós na malha radial

A tabela abaixo é uma extensão da Fig. (3) incluindo um número maior de valores de  $\Delta t$  com o objetivo verificar a taxa de convergência do algoritmo com base na comparação dos tempos totais de simulação  $t_f$ :

Tabela 1

$n$	$t_f$	$E_n$	$\frac{E_n}{E_{n/2}}$
1	3,5627195981E+01		
2	3,5627172978E+01		
4	3,5627097525E+01	-9,8455530804E-05	
8	3,5626790988E+01	-4,0499290130E-04	4,11346E+00
16	3,5625572627E+01	-1,6233534363E-03	4,00835E+00
32	3,5620739523E+01	-6,4564576713E-03	3,97723E+00
64	3,5600951897E+01	-2,6244083698E-02	4,06478E+00
			$\Delta t = 0.01 n$

O valor de  $\Delta t = 0.01$  é utilizado como padrão para o cálculo do erro  $E_n$ . Os resultados indicam que dividir um  $\Delta t$  pela metade gera um erro cerca de quatro vezes menor, evidenciando que a convergência global do algoritmo é essencialmente quadrática.

O perfil de viscosidade do Fluido B no escoamento das Figs. (3) e (4) é mostrado em diferentes instantes de tempo na Fig. (5). O eixo vertical mostra a distância em relação ao centro do tubo e o eixo horizontal mostra a viscosidade adimensional em escala logarítmica.

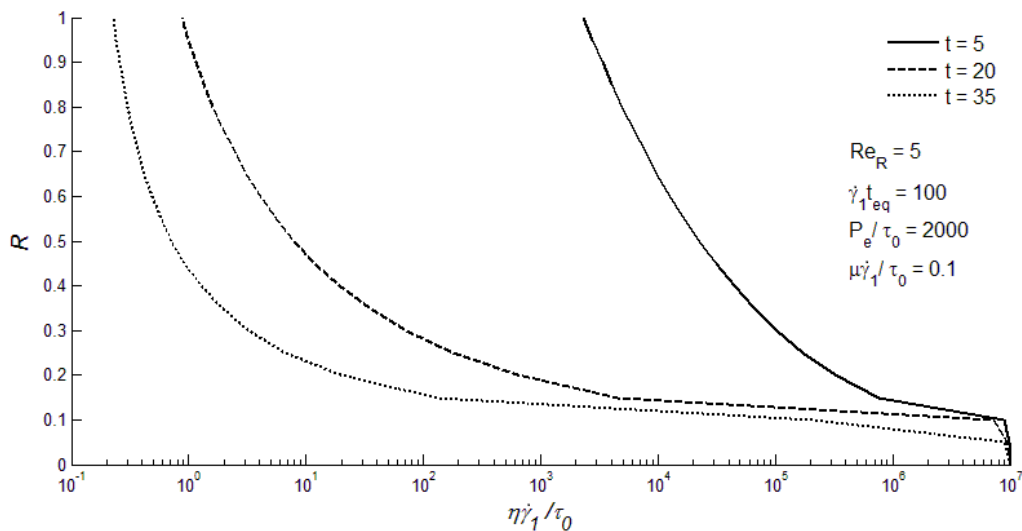


Figura 5: Perfil de viscosidade do Fluido B

Observa-se na Fig. (5) que as regiões próximas à parede apresentam uma queda de viscosidade de várias ordens de grandeza ocorrendo simultaneamente aos momentos de aceleração do escoamento. As altas tensões cisalhantes nessas regiões induziram a queda de viscosidade, ilustrando o comportamento viscoplástico do Fluido B.

A próxima análise lida com o tempo característico  $t_{eq}$  do modelo de tixotropia. Esse é um parâmetro chave do modelo por ser capaz de indicar quanto fortes são os efeitos tixotrópicos em um fluido. Se fizermos  $t_{eq} = 0$  na Eq. (13), teremos  $d\lambda/dt \rightarrow \infty$  e um

comportamento totalmente não-tixotrópico. Por outro lado, valores altos de  $t_{eq}$  significam maior resistência a mudanças na estrutura do óleo gelificado, ou seja, efeitos tixotrópicos fortes.

A Fig. (6) mostra uma relação bastante interessante entre o parâmetro  $t_{eq}$  e a duração do período de retardo anterior ao colapso da microestrutura do óleo. Isso sugere que a existência desse estágio inicial de baixa vazão é algo relacionado às propriedades tixotrópicas do óleo. Valores altos de  $t_{eq}$  geram períodos de retardo maiores. Conforme  $t_{eq}$  diminui, o colapso da microestrutura ocorre cada vez mais cedo. Os valores de  $t_{eq} = 1$  e  $t_{eq} = 10$  geram curvas próximas, indicando que eles representam um comportamento próximo ao de um óleo totalmente não-tixotrópico.

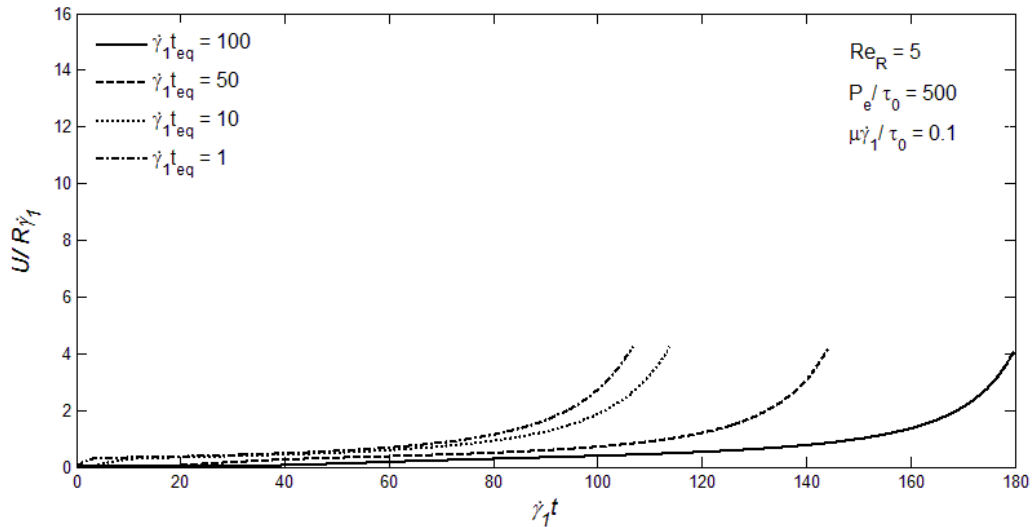


Figura 6: Efeitos tixotrópicos em escoamento com pressão de entrada moderada

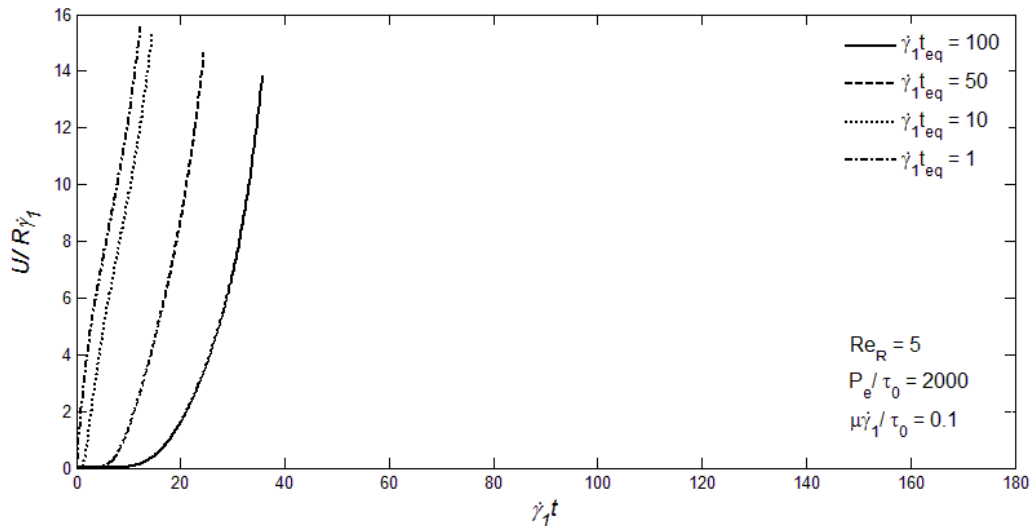


Figura 7: Efeitos tixotrópicos em escoamento com pressão de entrada alta

É importante observar na Fig. (7) que o simples aumento da pressão de entrada não é suficiente para evitar o período de retardo. Se o valor de  $t_{eq}$  for suficientemente grande, esse padrão de escoamento continuará sendo observado, mesmo que com duração bastante reduzida. Resultados desse tipo não seriam obtidos com as abordagens tradicionais, onde efeitos tixotrópicos não tem importância primária.

A curva com  $t_{eq} = 1$  na Fig. (7) é a que melhor representa o escoamento com alta pressão de entrada e efeitos tixotrópicos ignorados. Quando aplicada, a pressão de entrada  $P_e = 10 P_{e,crit}$  é suficiente para induzir uma tensão cisalhante maior que  $\tau_0$  em toda a região anular do óleo limitada por  $r = R$  e  $r = R/10$ , ou seja, em quase toda a seção do tubo. Na ausência de efeitos tixotrópicos, esses altos níveis de tensão se refletem imediatamente em níveis de viscosidade abaixo do patamar  $\eta_0$ . O resultado é o escoamento sofrendo fortes acelerações logo nos momentos iniciais. Contrariamente, na presença de efeitos tixotrópicos, a estrutura do óleo gelificado necessita de um tempo finito para se ajustar as novas tensões cisalhantes, por maiores que elas sejam. Essa resistência a mudanças por parte da estrutura do óleo explica o retardo no início do escoamento observado com  $t_{eq} = 100$ .

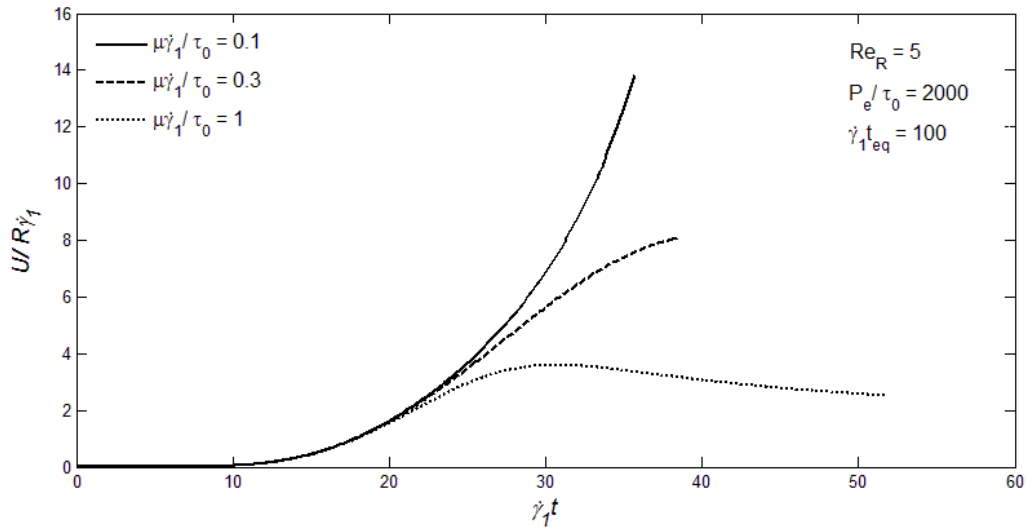


Figura 8: Efeitos da variação da viscosidade do Fluido A (Velocidade média)

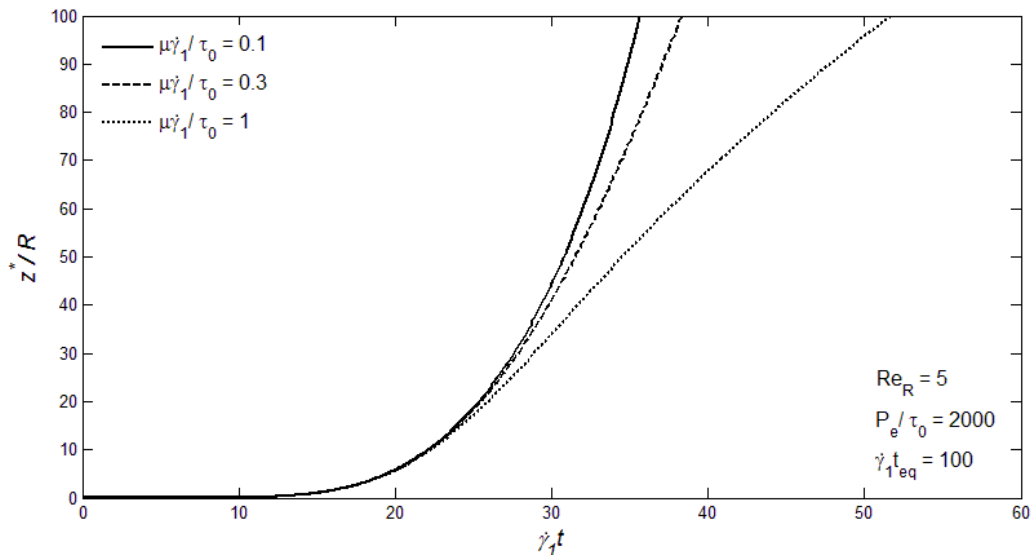


Figura 9: Efeitos da variação da viscosidade do Fluido A (Posição da interface)

Os efeitos da variação da viscosidade do Fluido A são exibidos na Fig. (8). O aumento de  $\mu$  não tem influência visível sobre os instantes iniciais do escoamento, porém as curvas tornam-se qualitativamente distintas conforme o tempo evolui. O Fluido A oferece maior resistência ao escoamento quando sua viscosidade é aumentada a níveis semelhantes a do Fluido B. Esse efeito reflete-se na diminuição da aceleração do escoamento observada nos casos com  $\mu = 0.3$  e  $\mu = 1$ . Em particular, quando  $\mu = 1$ , a desaceleração é intensa ao ponto de provocar uma diminuição da velocidade média e fazer com que curva não apresente o comportamento monotônico observado nos casos anteriores.

Dando continuidade à análise dos efeitos da variação de  $\mu$ , temos a Fig. (9), que exhibe a evolução da posição adimensional da interface com tempo em cada um dos casos mostrados na Fig. (8). Conforme esperado, o deslocamento da interface é bem pequeno durante o período de retardo do escoamento. Como a proporção do tubo ocupada pelo Fluido A é desprezível, a grande maioria da resistência ao escoamento vem do Fluido B, mesmo que o Fluido A apresente viscosidade alta. As características do escoamento nesse período inicial são determinadas pelo processo de quebra da estrutura do Fluido B, justificando que os efeitos do uso de um  $\mu$  maior só sejam notados mais adiante. Quando  $\mu$  é alto e uma proporção apreciável do tubo é ocupada pelo Fluido A, o escoamento sofre desacelerações como as observadas na Fig. (8).

Os efeitos da inércia no escoamento são estudados comparando-se escoamentos com diferentes  $Re_R$ . A intensidade da força de inércia é diretamente relacionada ao número de Reynolds reológico  $Re_R$ . Valores altos de  $Re_R$  implicam em inércia forte, enquanto que  $Re_R = 0$  significa total ausência de inércia.

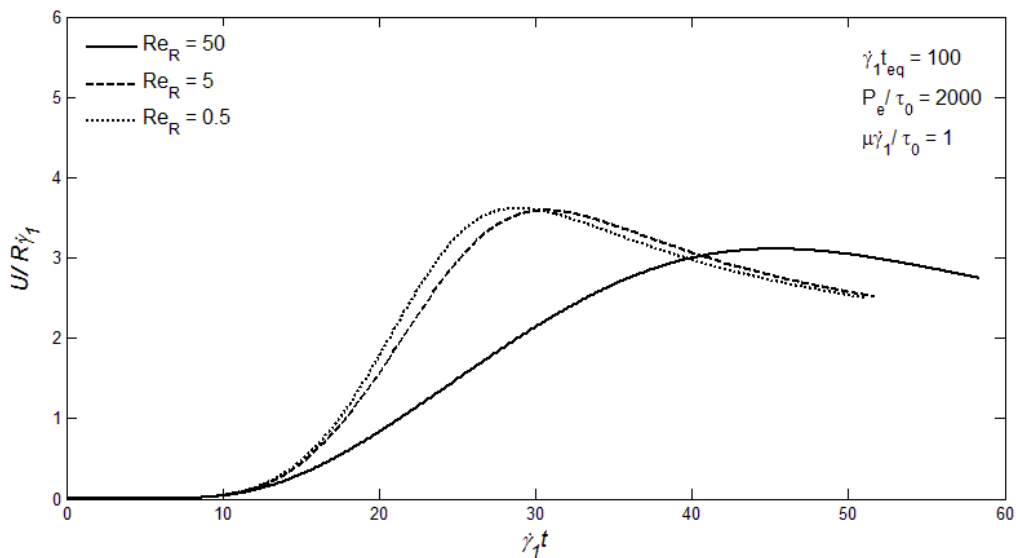


Figura 10: Efeitos da inércia no escoamento

Pode ser observado na Fig. (10) que as curvas com  $Re_R$  mais alto tendem a ser mais suaves. Embora todas as curvas pareçam convergir para a mesma velocidade, a inércia mostra forte influência sobre os transientes do escoamento. Esses resultados justificam a preocupação em se incluir efeitos de inércia na abordagem apresentada. A desconsideração da inércia induziria variações exageradamente acentuadas das propriedades do escoamento.

## 6. Conclusões

A abordagem desenvolvida nesse trabalho para lidar com o problema do reinício do escoamento de óleos gelificados oferece uma alternativa que evita métodos numéricos complexos. Além disso, o modelo utilizado para descrever o comportamento do óleo gelificado é versátil, podendo acomodar qualquer função de viscosidade. Ao contrário da maioria dos modelos presentes na literatura, não depende de correlações empíricas para o fator de atrito.

Os resultados das simulações mostram o padrão de escoamento esperado, com um longo tempo de retardo até que velocidades apreciáveis sejam alcançadas. O aumento na pressão de entrada bem como a diminuição de  $t_{eq}$  reduzem esse tempo de retardo. Contudo, observou-se que baixos  $t_{eq}$  podem provocar grande retardo, mesmo com altos gradientes de pressão. Os modelos disponíveis na literatura que ignoram efeitos tixotrópicos no óleo não são capazes de prever esse tipo de comportamento, o qual está em consonância com a física do problema. A abordagem desenvolvida permite que o padrão de escoamento esperado no problema de reinício de dutos com óleos gelificados seja previsto com maior generalidade, além de sugerir que as particularidades deste escoamento são consequência exclusivamente de propriedades intrínsecas do óleo ligadas à sua reologia.

## 7. Referências

- 1 – UHDE, A., KOPP, G. Pipelines problems resulting from the handling of waxy crude oils. **J. Inst. Petroleum**, v. 57, p. 63-73, 1971.
- 2 – VINAY, G., WACHS, A., AGASSANT, J.-F. Numerical simulation of non-isothermal viscoplastic waxy crude oil flow. **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, v. 128, p. 144-162, 2005.
- 3 – RØNNINGSEN, H. P. Rheological behavior of gelled waxy North Sea crude oils. **J. Petroleum Sci. Eng.**, v. 7, p. 177-213, 1992.
- 4 – WARDHAUGH, L. T., BORGER, D. V. The measurement and description of the yielding behavior of waxy crude oil, **J. Rheol.**, v. 35, p. 1121-1156, 1991.
- 5 – MASALOVA, I., MALKIN, A. Y., KHARATIYAN, E., HALDENWANG, R. Scaling in pipeline flow of Kaolin suspensions. **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, v. 136, p. 76-78, 2006.
- 6 – CHANG, C., NGUYEN, Q. D., RØNNINGSEN, H. P. Isothermal start-up of pipeline transporting waxy crude oil. **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, v. 87, p. 127-154, 1999.
- 7 – LEE, H. S., SINGH, P., THOMASON, W. H., FOGLER, H. S. Waxy oil gel breaking mechanisms: adhesive versus cohesive failure. **Energy & Fuels**, v. 22, p. 480-487, 2008.
- 8 - DAVIDSON, M. R., NGUYEN, Q. D., CHANG, C., RØNNINGSEN, H. P. A model for restart of a pipeline with compressible gelled waxy crude oil. **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, v. 123, p. 269-280, 2004.
- 9 - VINAY, G., WACHS, A., AGASSANT, J.-F. Numerical simulation of weakly compressible Bingham flows: The restart of pipeline flows of waxy crude oils. **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, v. 136, p. 93-105, 2006.
- 10 - VINAY, G., WACHS, A., FRIGAARD, I. A. Start-up transients and efficient computation of isothermal waxy crude oil flows. **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, v. 143, p. 141-156, 2007.
- 11 - DE SOUZA MENDES, P. R. Modeling the thixotropic behavior of structured fluids. **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, v. 164, p. 66-75, 2009.
- 12 – DE SOUZA MENDES, P. R. Thixotropic elasto-viscoplastic model for structured fluids. **Soft Matter**, v. 7, p. 2471-2483, 2011.
- 13 - DE SOUZA MENDES, P. R., DUTRA, E. S. S. Viscosity function for yield-stress liquids. **Applied Rheology**, v. 14, p. 296-302, 2004.
- 14- DE SOUZA MENDES, P. R. Dimensionless non-Newtonian fluid mechanics. **J. Non-Newtonian Fluid Mech.**, v. 147, p. 109-116, 2007.